

Notes de cours non autorisées. Calculatrices autorisées.

1) Représentation des images

Une image représente des dégradés de gris sur une échelle d'intensité encodée sur n bits. Il y a donc possibilité d'encoder 2^n niveaux distincts d'intensité. Pour deux valeurs encodées de l'intensité successives i et $i+1$ (comprises entre 0 et 2^n-1), on désire déterminer si l'oeil humain est capable de déceler une différence entre les intensités lumineuses réelles correspondantes ($I(i)$ et $I(i+1)$).

a) Encodage linéaire
$$I(i) = \frac{i}{2^n - 1} (I_{max} - I_{min}) + I_{min}$$

On considère ici que la relation entre i et I est linéaire, avec $I(0) = I_{min}$ et $I(2^n - 1) = I_{max}$.

Calculer le ratio $I(i+1)/I(i)$ en fonction de i et du taux de contraste $C = I_{max}/I_{min}$. Pour quelle valeur de i ce ratio est il maximal ?

Dans des conditions d'éclairage normales, le taux de contraste d'un écran d'ordinateur est de $C=20$. On considère souvent que l'œil humain est incapable de distinguer deux nuances de la même couleur si celles ci sont séparées de moins de 1% en intensité relative *i.e.*

$I(i) < I(i+1) \leq I(i) \cdot 1.01$. Déterminer la valeur de n afin qu'un observateur ne puisse pas percevoir de différence entre les intensités $I(i+1)$ et $I(i)$ pour tout i .

b) Mêmes questions avec un encodage en loi puissance
$$I(i) = \left(\frac{i}{2^n - 1} \right)^\gamma (I_{max} - I_{min}) + I_{min}$$
,

en posant $\gamma = 1.8$.

c) On arrondit généralement le nombre de bits utilisés à une valeur multiple de 8 (octet) pour des raisons pratiques. La définition d'une image TV est de 720x480 pixels. Quelle est la quantité d'information nécessaire (en giga-octets) au stockage d'un film (couleur) de 2h (à 25 images par seconde) si l'encodage en loi puissance est utilisé. Comparer avec la capacité d'un DVD (env. 5Go) Qu'en concluez vous ?

2) Redimensionnement d'images

On désire redimensionner une image, par exemple passer de 1000x1000 (petits) pixels vers une image formée de 100x100 (gros) pixels. Quel phénomène est susceptible d'apparaître si l'on calcule la couleur de chaque gros pixel de la façon suivante : Celle ci est simplement la couleur du petit pixel contenant le centre géométrique du gros pixel ? Décrire une technique permettant d'éviter cet effet.

3) Transformations géométriques et coordonnées homogènes

Lors de la transformation des coordonnées utilisateur vers les coordonnées écran, un dispositif d'affichage concatène habituellement trois matrices utilisées pour transformer les coordonnées homogènes des points de l'espace en coordonnées locales pour l'affichage:

$$M = M_s \cdot M_{proj_persp} \cdot M_v$$

La première de ces matrices (à droite) est une matrice de passage des coordonnées utilisateur (point de vue) vers des coordonnées universelles par des translations et rotations, telles que l'on regarde dans le sens de z -négatif et que l'observateur soit situé à l'origine. Cette matrice est sous la forme suivante :

$$M_v = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Dans cette matrice, quelles sont les composantes qui définissent la partie « translation » de la transformation ?

Dans la suite, on considérera que l'observateur se trouve déjà dans les conditions prescrites (à l'origine et regardant dans la direction de z négatif). En d'autres termes, cette matrice est une matrice identité.

La seconde matrice est une matrice dite perspective (en projection centrale) qui ramène les coordonnées précédentes vers le volume canonique $[-1,1]^3$. Elle a la forme suivante :

$$M_{proj_persp} = \begin{pmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{l+r}{l-r} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{b+t}{b-t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f+n}{n-f} & \frac{2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) A quoi correspondent les variables n, f, r, l, b, t dans cette matrice ?

c) Comment est effectuée l'opération non linéaire qui permet d'effectuer la projection centrale proprement dite ?

d) Prenons $n=-1$; $f=-11$; $l=-1$; $r=1$; $b=-1$; $t=1$. Construire la matrice, effectuer le changement de coordonnées pour un point situé en $(0,0,5)$. Le point résultant est-il situé dans le volume canonique ?

e) Cette matrice est-elle inversible ? (en d'autres termes, a-t-on une bijection entre le volume canonique et le volume de départ ?) Qu'en est-il de la profondeur (coordonnée z après application de la transformation) ? Doit-elle encore servir pour l'affichage proprement dit (sur un dispositif 2D comme un écran) ?

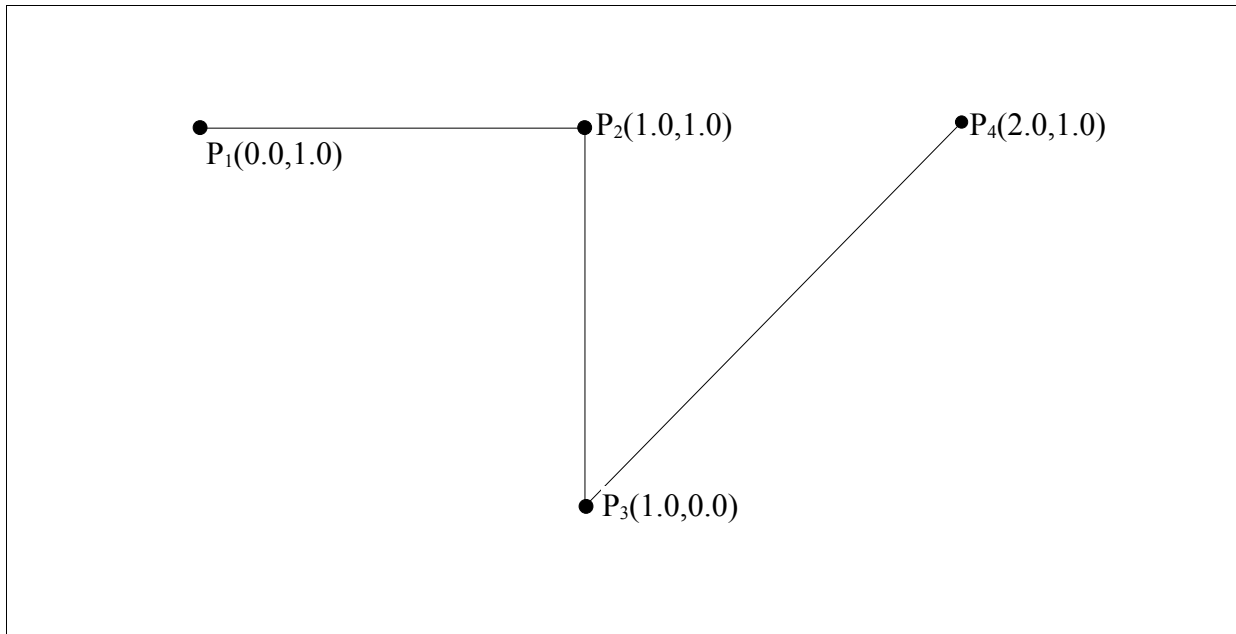
f) Enfin, la dernière matrice appliquée permet, à partir de des coordonnées canoniques, de projeter sur l'écran. Celui-ci est constitué de (n_x, n_y) pixels, centré à l'origine.

$$M_s = \begin{pmatrix} \frac{n_x}{2} & 0 & 0 & \frac{n_x-1}{2} \\ 0 & -\frac{n_y}{2} & 0 & \frac{n_y-1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer les coordonnées écran du point précédent (obtenu en d)) par transformation avec cette matrice. On prendra $n_x = 1000$ et $n_y = 1000$.

4) Représentation de courbes

On s'intéresse ici à une courbe de Bézier dont le polygone de contrôle est donné.



- Quel est le degré polynomial de la courbe de bézier ?
- Calculer numériquement les coordonnées du point G correspondant à $t=1/2$ (on peut s'aider de l'algorithme de De Casteljaou sous forme de construction graphique – mais le résultat analytique est demandé). Quels sont les points correspondants à $t=0.0$ et $t=1.0$?
- Que peut-on dire de la tangente à la courbe pour $t=0.0$ et $t=1.0$?
- On souhaite maintenant imposer une tangente verticale pour $t=1.0$. Quelle(s) modification(s) doit-on imposer aux points de contrôle afin de vérifier cette condition ? (Note : P_1 et P_4 restent fixés).
- On impose de plus de passer par le point G dont les coordonnées ont été déterminées précédemment (pour la même valeur du paramètre $t = 1/2$), quelle est alors la position des point de contrôle P_2 et P_3 que l'on doit imposer (tout en conservant la tangente en P_1 et P_4) ?

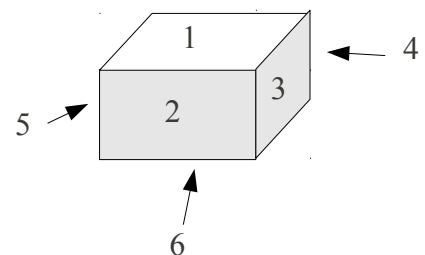
5) Modèles de réflexion et textures

- Décrire le modèle de réflexion de Phong (ou Blinn-Phong). En particulier, quel est son comportement vis à vis des autres objets de la scène. Est-ce un modèle basé sur des considérations physiques ou est il simplement phénoménologique ?
- Sur un solide facettisé (solide lisse mais approché avec un maillage triangulaire assez grossier), on doit utiliser l'interpolation de Phong pour que le modèle de réflexion de Phong fonctionne correctement. Décrire l'interpolation de Phong et la raison pour laquelle celle ci est indispensable.

6) Radiosité

Soit un cube (6 faces) formé d'une surface émettrice de lumière ($E_1=1, R_1=0.5$) ; d'une face considérée comme parfaitement absorbante ($E_2=0, R_2=0$), et les 4 autres faces toutes identiques ($E_n=0, R_n=0.5$). Les équations de la radiosité se mettent sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} 1-R_1 F_{11} & -R_1 F_{12} & \cdots & -R_1 F_{1n} \\ -R_2 F_{21} & 1-R_2 F_{22} & \cdots & -R_2 F_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_n F_{n1} & -R_n F_{n2} & \cdots & 1-R_n F_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix}$$

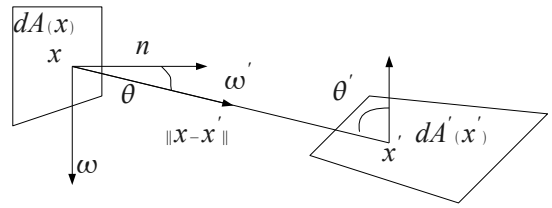


Les dimensions du cube sont 1x1x1.

a) On demande ici de calculer la matrice du système linéaire et de résoudre (si possible)

Les facteurs de forme sont calculés sur chaque face en utilisant la formule vue en cours :

$$T_{ij} = \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta \cos \theta'}{\pi \|x - x'\|^2} V(x, x') dA dA' \quad \text{et} \quad T_{ij} = A_i F_{ij}$$



$V(x, x')$ est le facteur de vue : il vaut 1 si les points x et x' sont mutuellement visibles, 0 autrement.

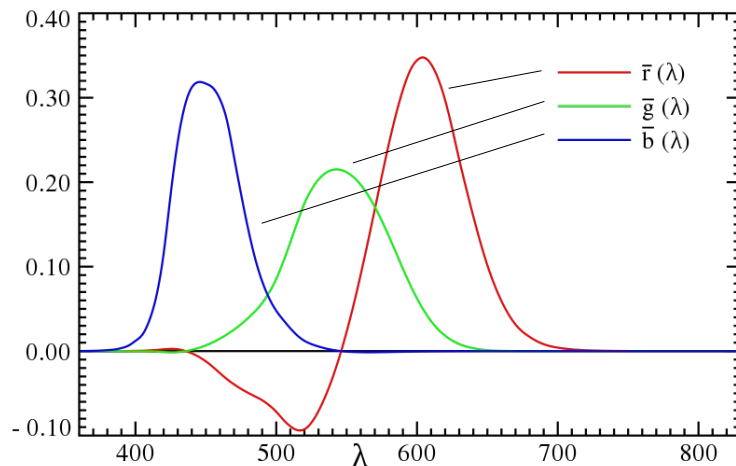
On calculera de façon approchée avec un seul point d'intégration situé au centre des faces :

$$\int_T f(x, y) dx dy \approx A f(x_c, y_c)$$

b) Après la résolution, la solution obtenue est évidemment constante pour chaque face du cube. La réalité est autre : proche de la face émettrice de lumière, l'intensité émise est plus forte. Comment peut-on faire pour améliorer le réalisme de la simulation ?

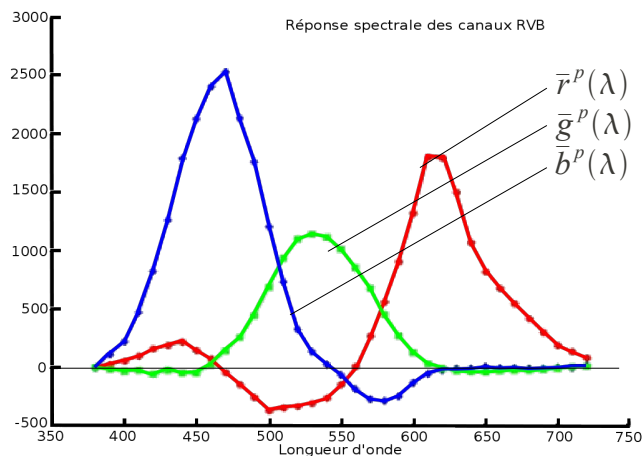
7) Colorimétrie

Voici les courbes de sensibilité de l'observateur standard obtenues dans les années 30.



a) Décrire le protocole expérimental menant à ces courbes.

b) On remplace l'observateur standard par un appareil photo numérique (APN). Le protocole reste le même, seul l'observateur change. Voici donc les mêmes courbes obtenues pour un APN (pour information, Nikon Coolpix 950). On impose ici que $\int_0^\infty \bar{r}(\lambda) d\lambda = \int_0^\infty \bar{r}^p(\lambda) d\lambda = 1$ (idem avec $\bar{g}(\lambda), \bar{b}(\lambda)$) - i.e. ne pas tenir compte de la différence d'échelle verticale.



Comparer les courbes pour l'observateur standard, et celles de l'APN.

c) Soit deux spectres lumineux distincts $s_1(\lambda)$ et $s_2(\lambda)$. Leurs coordonnées dans l'espace colorimétrique standard RGB sont données par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} R_{1,2} \\ G_{1,2} \\ B_{1,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - & \bar{r}(\lambda) & - \\ - & \bar{g}(\lambda) & - \\ - & \bar{b}(\lambda) & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} | \\ s_{1,2}(\lambda) \\ | \end{pmatrix}$$

Dans cette relation, on a par exemple $R_1 = \int_0^\infty \bar{r}(\lambda) \cdot s_1(\lambda) d\lambda$

On suppose que ces deux spectres correspondent en fait à la même sensation lumineuse chez l'observateur standard (penser à deux matières différentes, de même couleur. Le fait que la matière soit différente implique quasi-certainement des spectres distincts, bien que l'apparence soit exactement la même pour un observateur donné). On a donc la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ G_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 \\ G_2 \\ B_2 \end{pmatrix}$$

Soient $R_{1,2}^p, G_{1,2}^p, B_{1,2}^p$ les réponses obtenues non pas par rapport à l'observateur standard, mais en utilisant le capteur de l'APN. On obtient alors :

$$\begin{pmatrix} R_{1,2}^p \\ G_{1,2}^p \\ B_{1,2}^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - & \bar{r}^p(\lambda) & - \\ - & \bar{g}^p(\lambda) & - \\ - & \bar{b}^p(\lambda) & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} | \\ s_{1,2}(\lambda) \\ | \end{pmatrix}$$

Il est possible que $\begin{pmatrix} R_1^p \\ G_1^p \\ B_1^p \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} R_2^p \\ G_2^p \\ B_2^p \end{pmatrix}$ bien que l'on ait $\begin{pmatrix} R_1 \\ G_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 \\ G_2 \\ B_2 \end{pmatrix}$. Expliquer pourquoi. Comment

qualifie-t-on les deux spectres $s_1(\lambda)$ et $s_2(\lambda)$ pour l'oeil humain ? Citer une utilisation de ce « défaut » de la vue humaine dans la vie de tous les jours.

d) Si l'on veut avoir $\begin{pmatrix} R_1^p \\ G_1^p \\ B_1^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2^p \\ G_2^p \\ B_2^p \end{pmatrix}$ à chaque fois que $\begin{pmatrix} R_1 \\ G_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 \\ G_2 \\ B_2 \end{pmatrix}$, quelles conditions

doivent satisfaire $\bar{r}^p(\lambda), \bar{g}^p(\lambda), \bar{b}^p(\lambda)$ par rapport à $\bar{r}(\lambda), \bar{g}(\lambda), \bar{b}(\lambda)$?

8) Géométrie algorithmique (Question exclusivement pour les personnes ayant suivi le cours de 30h)

a) Décrire la structure de données BSP-tree – Binary Space Partition Tree (Arbre de partition binaire), et en particulier la façon de remplir (créer) cet arbre avec par exemple des segments de droite dans le plan comme donnée d'entrée.

b) Citer une application directe de cette structure de donnée en infographie et décrire comment celle-ci répond au problème.